高・数学１　　※ 印のところは記入しない

受検番号		氏名		※	

切り取らないこと

令和３年度採用　山梨県公立学校教員選考検査　　※

高等学校　数学　解答例

1 23 点 (1)各 2 点 (2) 11 点	（１）	（ア）	①	（イ）	⑪	（ウ）	⑧	（エ）	③	（オ）	⑤	（カ） ⑨
	（２）	(A)	和	(B)	実数倍							
	（２）	解答例 　ベクトルは向きと大きさを持つ量であることを確認する。例として，図形の平行移動を取り上げ，向きと移動する距離などを用いて，向きと大きさをもつベクトルの具体例を示す。それを有向線分として表し，ベクトルの意味を具体的に理解させる。 　上記のように，ベクトルの意味を踏まえ，ベクトルの相等については，ベクトル $\vec{a}$ ，$\vec{b}$ において，位置の違いを無視して，向きが同じで大きさも等しいことであると指導する。さらに，平行移動を用いて，二つのベクトル $\vec{a}$ ，$\vec{b}$ は重なり合わせることができることとして，有向線分等を用いて具体的に理解させる。										

2 32 点	（１）	$\vec{p}=(\ 1,-2,-1\ ),(\ -1,\ 2,\ 1\ )$
	（２）	3
	（３）	$-\frac{1}{2}$
	（４）	① $\frac{5}{72}$　　② $\frac{5}{54}$
	（５）	$z=-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ ， $\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$
	（６）	最大値$\sqrt{2}+1$ ，　$x=\frac{\pi}{4}$
	（７）	$\frac{dy}{dx}=x^x(\ \log x+1\ )$
	（８）	平均値　$\bar{y}=a\bar{x}+b$　　分散　$v_y\ =\ a^2\ v_x$

（裏面に続く）

3

24点

【必要事項１】 $\left[\ 0\ ,\frac{\pi}{2}\ \right]$ において常に $x \geqq \sin x$ であることを理解させる。
【指導内容】 差 $x-\sin x$ をとり，関数 $f(x)=x-\sin x$ の増減を調べさせることで， $\left[\ 0\ ,\frac{\pi}{2}\ \right]$ において $x \geqq \sin x$ を理解させる指導を行う。

微分の考えを用いて，増減を調べさせ理解させる。

$f(x)=x-\sin x$ より，$f'(x)=1-\cos x$ となる。
よって，$\left[\ 0\ ,\frac{\pi}{2}\ \right]$ において，常に $f'(x) \geqq 0$ となる。
このことから $f(x)$ は単調増加かつ $f(0)=0$　である。
よって$x-\sin x \geqq 0$ と分かるので，　$x \geqq \sin x$
∴　$\left[\ 0\ ,\frac{\pi}{2}\ \right]$ において常に $x \geqq \sin x$ である

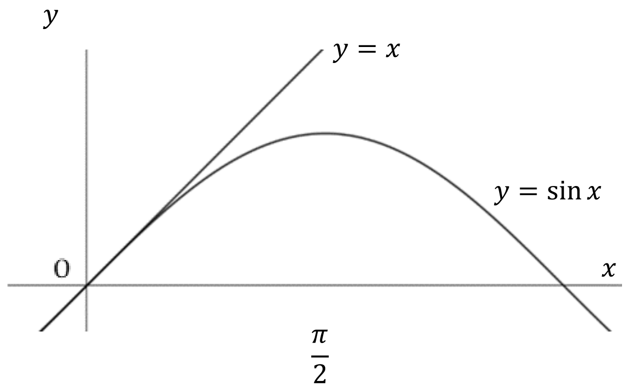
【必要事項２】直線 $y=x$ は曲線 $y=\sin x$ 上の点（ 0, 0 ）における接線であることを理解させる。
【指導内容】
$y'=(\sin x)'=\ \cos x$ より，曲線 $y=\sin x$ の原点（ 0 ,0 ）における微分係数は 1 である。

よって， 原点（ 0 ,0 ）における $y=\sin x$ の接線の方程式は

$y=1\cdot(x-0)+0$　であるので，

直線 $y=x$　となる。

これらの指導を通じて， 2 つのグラフの関係を正しく理解させることにより，以下のような図をかくことができる。
よって，生徒には【必要事項１】かつ【必要事項２】の指導を行う。



4

21点

(1)7点

(2)14点

（１）

$$z=2-\sqrt{x^2+y^2}\qquad(0 \leqq z \leqq 2)$$

（２）

立体 V を平面 $z=t$ で切った切断面 S の面積を $S(t)$ とおく。
ただし $0 \leqq t \leqq 1$
図１において， z 軸と平面 $z=t$ の交点を T，∠PTQ＝2θ とおく。
図２より

$$S(t)=\frac{1}{2}(2-t)^2\cdot 2\theta-\frac{1}{2}(2-t)^2\sin 2\theta$$
$$=(2-t)^2\cdot\theta-(2-t)^2\sin\theta\cos\theta$$

ここで， $t\neq 2$ より $\frac{1}{2-t}=\cos\theta$ である。　$2-t=\frac{1}{\cos\theta}$ …①　を用いて，
$S(t)=R(\theta)=\frac{1}{\cos^2\theta}(\theta-\sin\theta\cos\theta)$ となる。
ここで，① より，$dt=-\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}d\theta$ であることと，
$t:0\ \to 1$ のとき，$\theta:\frac{\pi}{3}\ \to 0$ であるので，求める体積 $V(t)$ を求める式は以下の通り。

$$V(t)=\int_0^1 S(t)\,dt$$
$$=\int_0^1\{(2-t)^2\cdot\theta-(2-t)^2\sin\theta\cos\theta\}\,dt$$
$$=\int_{\frac{\pi}{3}}^0 R(\theta)dt$$
$$=\int_{\frac{\pi}{3}}^0\frac{1}{\cos^2\theta}(\theta-\sin\theta\cos\theta)\left(-\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\right)d\theta$$
$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left(\frac{\theta\sin\theta}{\cos^4\theta}-\frac{\sin^2\theta}{\cos^3\theta}\right)d\theta$$
$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\theta\left(\frac{1}{3\cos^3\theta}\right)'d\theta-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1-\cos^2\theta}{\cos^3\theta}d\theta$$
$$=\left[\frac{\theta}{3\cos^3\theta}\right]_0^{\frac{\pi}{3}}-\ \frac{1}{3}\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{d\theta}{\cos^3\theta}-\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{d\theta}{\cos^3\theta}+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{d\theta}{\cos\theta}$$
$$=\ \frac{8}{9}\pi-\frac{4}{3}\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{d\theta}{\cos^3\theta}+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{d\theta}{\cos\theta}$$
$$=\ \frac{8}{9}\pi-\frac{4}{3}\left\{\frac{1}{2}\log(2+\sqrt{3})+\sqrt{3}\right\}+\log(2+\sqrt{3})$$
$$=\frac{8}{9}\pi-\frac{4}{3}\sqrt{3}+\frac{1}{3}\log(2+\sqrt{3})$$

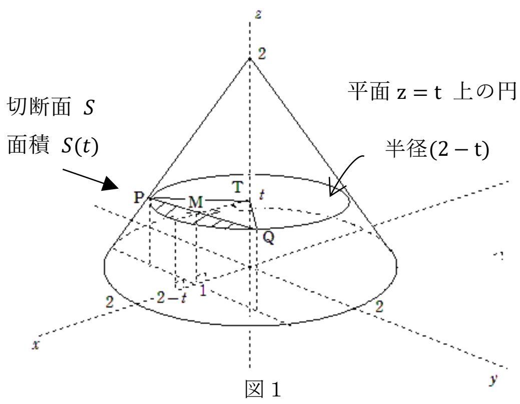


図１

切断面Ｓを z 軸方向からみた図

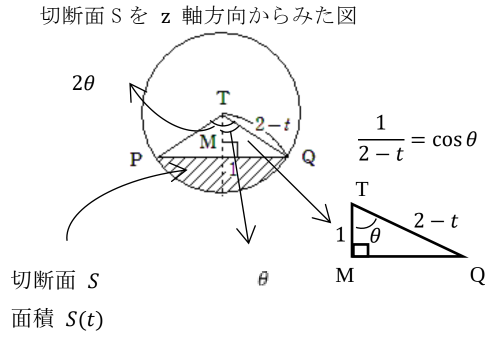


図２